平成30年度
名古屋大学 工学部 機械・航空宇宙工学科 学部講義

応用構造理論

(第六回　2017.5.22 10:30-12:00)
222講義室

工学研究科　航空宇宙工学専攻
准教授　吉村　彰記

NAGOYA UNIVERSITY

講義予定

NAGOYA UNIVERSITY

	日付		担当	内容
1	4月17日		吉村	本講義の背景・狙い，達成目標説明
2	4月24日		後藤助教	有限要素法入門 (1)
3	5月1日		後藤助教	有限要素法入門 (2)
4	**5月8日**		**吉村**	**座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (1)**
5	**5月15日**		**吉村**	**座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (2)**
6	**5月22日**		**吉村**	**座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (3)**
7	5月29日		荒井教授	境界要素法入門 (1)
8	6月5日		荒井教授	境界要素法入門 (2)
9	6月12日		荒井教授	境界要素法入門 (3)
10	6月19日		市来助教	軽量構造材料と複合材料の基礎 (1)
11	6月26日		市来助教	軽量構造材料と複合材料の基礎 (2)
12	7月3日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (1)
13	7月10日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (2)
14	7月17日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (3)
15	7月24日	予備日		
16	7月31日	試験日(候補1)		
17	8月7日	試験日(候補2)		

講義全体の予定

- 5/8　座屈現象の紹介，座屈現象とは何か？　材料力学レベルでの理解(材力の復習)
- 5/15　板の座屈とその理論 (固体力学，構造力学レベルでの理解)
- 5/22　有限要素法による座屈解析，および座屈解析の実例紹介

本日のAgenda

NAGOYA UNIVERSITY

1. 大たわみ理論とそれを元にした座屈解析 (続き) (板書)
2. 有限要素法を用いた座屈解析 (スライド)
3. 有限要素解析での実例紹介 (スライド)

本日のAgenda

NAGOYA UNIVERSITY

1. **大たわみ理論とそれを元にした座屈解析 (続き) (板書)**
2. 有限要素法を用いた座屈解析 (スライド)
3. 有限要素解析での実例紹介 (スライド)

はじめに

NAGOYA UNIVERSITY

前回のレジュメについて

- 小林繁夫著「弾性力学」培風館の第11章と同等の内容です。
- 岡部朋永著「テンソル解析から始める応用固体力学」コロナ社の第6章も類似のものを取り扱っています
- 数式については，下記HP内でpdfで公開しています

http://structure.nuae.nagoya-u.ac.jp/yoshimura/Akinori%20YOSHIMURA.html

航空宇宙工学専攻のHP→「研究グループ」→構造力学研究グループのHP→Members→吉村の「経歴」のページ

今回のレジュメも上記HP内に近日中にアップしますので，御覧ください

棒の大たわみ理論

NAGOYA UNIVERSITY

アウトライン

~~1. 問題設定~~

~~2. 非線形を考えない場合の平衡方程式~~

~~3. 大たわみによる非線形を考慮した平衡方程式~~

~~4. その他の弾性力学の等式~~

5. ベルヌーイ・オイラーの仮説

6. 境界条件

(例題)

7. 構造力学による一軸圧縮における座屈荷重算出

棒の大たわみ理論

NAGOYA UNIVERSITY

変位-ひずみ関係式

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} - z\kappa_x \qquad (19)$$

$$\kappa_x = \frac{d^2 w}{dx^2} \qquad (20)$$

$$\varepsilon_{x0} = \frac{du_0}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \qquad (21)$$

平衡方程式

$$\frac{dT_x}{dx} + q_x = 0 \qquad (25)$$

$$\frac{dQ_x}{dx} + \frac{d}{dx}\left(T_x \frac{dw}{dx}\right) + q_z = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \qquad (10)$$

応力-合応力・モーメントの関係

$$T_x = \int_A \sigma_x dA \qquad (15)$$

$$M_x = \int_A z\sigma_x dA \qquad (16)$$

構成式

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \qquad (14)$$

変位境界条件

$$u_0 = \hat{u}_0$$

$$w = \hat{w}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{dw}{dx}$$

力学的境界条件

$$T_x = \hat{T}_x \qquad (30)$$

$$Q_x + T_x \frac{dw}{dx} = \hat{F}_x \qquad (29)$$

$$M_x = \hat{M}_x$$

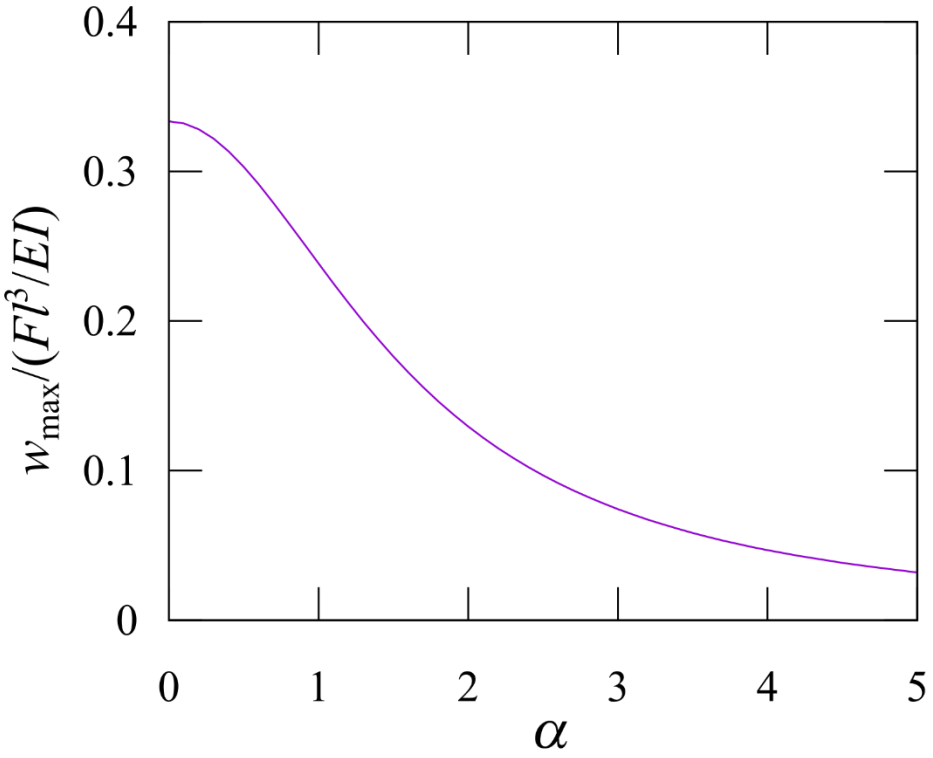
棒の大たわみ理論

以上の結果出てくる，支配方程式

$$-\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2w}{dx^2}\right)+T_x\frac{d^2w}{dx^2}-q_x\frac{dw}{dx}+q_z=0 \qquad (26)$$

これを各種境界条件下で解く，ということになる

例題のグラフ



大たわみ理論による座屈解析まとめ

NAGOYA UNIVERSITY

- 幾何学的な非線形を考慮することにより，方程式の**解の唯一性が成立しない点**が現れる
- このため，材料力学の場合とは異なり，**全く同じ支配方程式を解くことによって座屈荷重を算出**することができる
- 構造力学による座屈算出方法を，**テキストを見ながらで良い**ので，できるようになってください

本日のAgenda

NAGOYA UNIVERSITY

1. 大たわみ理論とそれを元にした座屈解析 (続き) (板書)
2. **有限要素法を用いた座屈解析 (スライド)**
3. 有限要素解析での実例紹介 (スライド)

有限要素法による座屈解析

NAGOYA UNIVERSITY

アウトライン

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分の算出
2. 有限要素近似
3. 座屈解析

有限要素法による座屈解析

NAGOYA UNIVERSITY

アウトライン

1. **ポテンシャルエネルギとその一次変分の算出**
2. 有限要素近似
3. 座屈解析

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分

はりの単位長さあたりのひずみエネルギは,

$$A=\frac{1}{2}\int_A \sigma_x \varepsilon_x dA=\frac{1}{2}E\int_A \varepsilon_x^2 dA \qquad (52)$$

式(17)　ベルヌーイ・オイラーの仮定を代入すると,

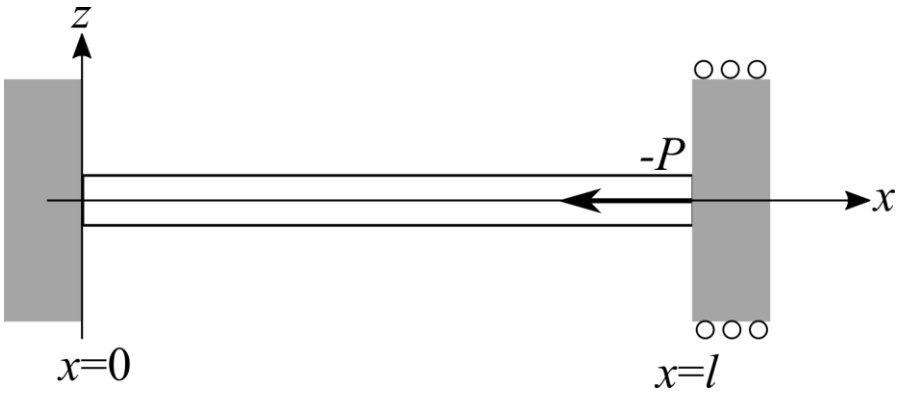
$$A=\frac{1}{2}E\int_A \varepsilon_{x0}^2 dA+\frac{1}{2}E\int_A z\kappa_x^2 dA$$

$$=\frac{1}{2}EA\varepsilon_{x0}^2+\frac{1}{2}EI\kappa_x^2$$

$$=\frac{1}{2}EA\left\{\frac{du_0}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right\}^2+\frac{1}{2}EI\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 \qquad (53)$$

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分

問題全体のポテンシャルエネルギを考える



境界条件は

$$w\big|_{x=0} = w\big|_{x=l} = 0$$

$$\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=l} = 0$$

なお，体積力はゼロであるとする。

および，$x=l$で

$$T_x = -P$$

すると，ポテンシャルエネルギ Π は，

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分

NAGOYA UNIVERSITY

$$\Pi = \int_0^l \left[\frac{1}{2} EA \left\{ \frac{du_0}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\}^2 + \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 \right] dx - \left[-P u_0 \right]_{x=l} \qquad (54)$$

ここで，変位分布 u_0, w が，変位境界条件を満足しつつ，少しだけズレた状態 $u_0 + \delta u_0, w + \delta w$ を考える。このときのポテンシャルエネルギは，式(54)を使えば

$$\Pi + \Delta\Pi = \int_0^l \left[\frac{1}{2} EA \left\{ \frac{d\left(u_0 + \delta u_0\right)}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\left(w + \delta w\right)}{dx} \right)^2 \right\}^2 + \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2\left(w + \delta w\right)}{dx^2} \right)^2 \right] dx$$

$$- \left[-P\left(u_0 + \delta u_0\right) \right]_{x=l} \qquad (55)$$

δ の二乗以上の項を無視し，式(55)と式(54)の差を取ると，

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分

NAGOYA UNIVERSITY

$$\delta\Pi = \int_0^l \left[EA\left\{ \frac{du_0}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\}\left\{ \frac{d\delta u_0}{dx} + \frac{dw}{dx}\left(\frac{d\delta w}{dx} \right) \right\} + EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right] dx$$

$$-\left[-P\delta u_0 \right]_{x=l} \qquad (56)$$

理由があって少しだけ変形しておく

$$\delta\Pi = \int_0^l \left[T_x \left\{ \frac{d\delta u_0}{dx} + \frac{dw}{dx}\left(\frac{d\delta w}{dx} \right) \right\} + EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right] dx + \left[P\delta u_0 \right]_{x=l} \qquad (56')$$

式(56)および式(56')が「ポテンシャルエネルギの一次の変分」である
その解が安定である時は，ポテンシャルエネルギは変位の微小な変化に対して変化してはならない(ポテンシャルエネルギ停留の原理)から，解の周りでは

$$\delta\Pi = 0$$

とならなければならない

有限要素法による座屈解析

NAGOYA UNIVERSITY

アウトライン

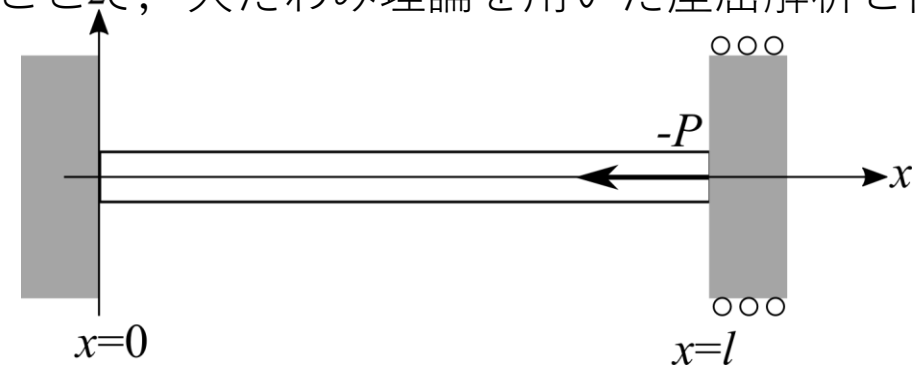
1. ポテンシャルエネルギとその一次変分の算出
2. **有限要素近似**
3. 座屈解析

2. 有限要素近似

ポテンシャルエネルギ停留の原理から,

$$\delta\Pi = \int_0^l \left[T_x \left\{ \frac{d\delta u_0}{dx} + \frac{dw}{dx}\left(\frac{d\delta w}{dx} \right) \right\} + EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right] dx + \left[P\delta u_0 \right]_{x=l} = 0 \qquad (57)$$

ここで，大たわみ理論を用いた座屈解析と同様の，両端固定のはりについて考える



なお，体積力はゼロとしたから，式(25)より，

$$\frac{dT_x}{dx} + q_x = 0$$

となり，T_xは全領域で一定(-P)となる

$$\int_0^l -P\frac{d\delta u_0}{dx}dx = -P\int_0^l \frac{d\delta u_0}{dx}dx = -P\left[\delta u_0\right]_{x=l}$$

なので，式(57)は以下のように簡略化できる

2. 有限要素近似

$$\delta\Pi = \int_0^l \left[-P \left\{ \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \right\} - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right] dx = 0 \qquad (58)$$

有限要素法の大切なポイント

- 変位を，**節点の値で代表**させる
- 節点間の変位の値は，適切な**補間関数(形状関数)を用いて補間**する
- エネルギ原理式(58)を使って，節点変位ベクトルと節点荷重ベクトルの間に

$$\{f\} = [K]\{u\}$$

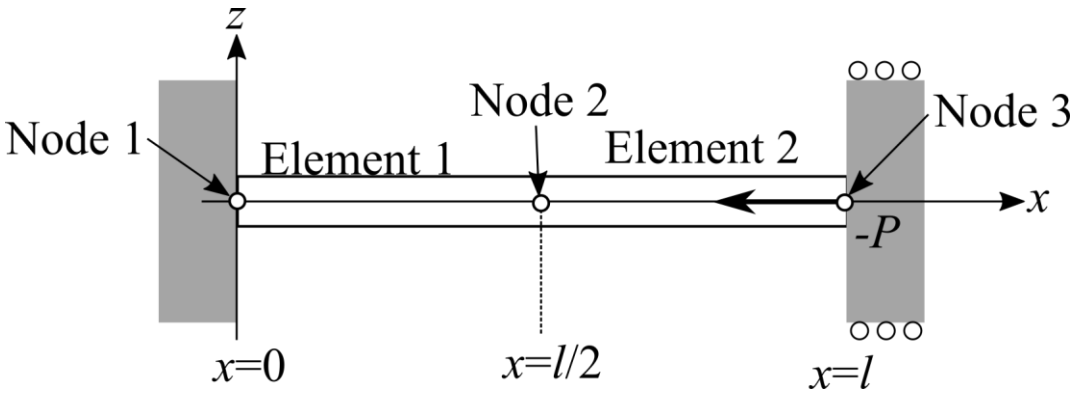
なる式を算出し，連立一次方程式を解くことによって変位ベクトルを得る。

- 補間関数を用いて，全体の変位分布を得る

これから，**はりの問題で全く同じことをやります**

2. 有限要素近似

要素・節点への分割

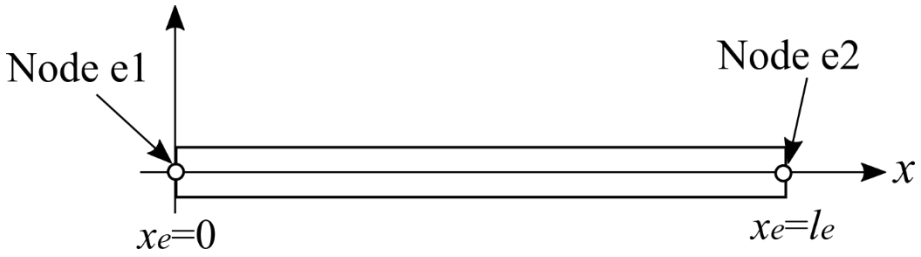


ここで，$\phi = \dfrac{dw}{dx}$ とする。

各節点(ここでは節点n)の変位を $\left\{w^{(n)}, \phi^{(n)}\right\}$ とする。

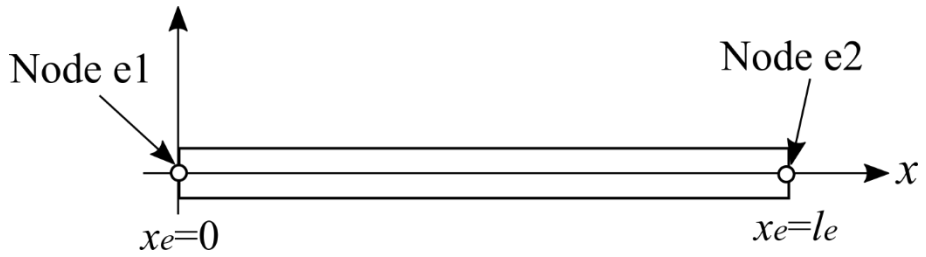
一つの要素内での補間関数を，以下のようにする

$$w = C_0 + C_1 x_e + C_2 x_e^2 + C_3 x_e^3 \qquad (58)$$



2. 有限要素近似

節点の値で要素内の変位を表すにはどうすればよいか?



端部の変位を算出すると，それは節点での変位に一致するはず

$$
\begin{aligned}
&w|_{x_e=0} = w^{(e1)} \\
&w|_{x_e=l_e} = w^{(e2)} \\
&\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x_e=0} = \phi^{(e1)} \\
&\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x_e=l_e} = \phi^{(e2)}
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{aligned}
w = &\left\{1 - \frac{3}{l_e^2}x^2 + \frac{2}{l_e^3}x^3\right\} w^{(e1)} + \left\{x - \frac{2}{l_e}x^2 + \frac{1}{l_e^2}x^3\right\} \phi^{(e1)} + \\
&\left\{\frac{3}{l_e^2}x^2 - \frac{2}{l_e^3}x^3\right\} w^{(e2)} + \left\{-\frac{1}{l_e}x^2 + \frac{1}{l_e^2}x^3\right\} \phi^{(e2)}
\end{aligned}
\tag{59}
$$

マトリクス表記すると，

2. 有限要素近似

$$w = [H]\begin{Bmatrix} w^{(e1)} \\ \phi^{(e1)} \\ w^{(e2)} \\ \phi^{(e2)} \end{Bmatrix} \qquad (60)$$

ただし，

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3}{l_e^2}x^2 + \frac{2}{l_e^3}x^3 & x - \frac{2}{l_e}x^2 + \frac{1}{l_e^2}x^3 & \frac{3}{l_e^2}x^2 - \frac{2}{l_e^3}x^3 & -\frac{1}{l_e}x^2 + \frac{1}{l_e^2}x^3 \end{bmatrix} \qquad (61)$$

ここで，式(58)を離散化するためには

$$\delta\Pi = \int_0^l \left[-P\left\{\frac{dw}{dx}\frac{d\delta w}{dx}\right\} - EI\frac{d^2w}{dx^2}\frac{d^2\delta w}{dx^2} \right] dx = 0 \qquad (58)$$

$$\frac{dw}{dx} = [H']\begin{Bmatrix} w^{(e1)} \\ \phi^{(e1)} \\ w^{(e2)} \\ \phi^{(e2)} \end{Bmatrix} \qquad (62)$$

$$[H'] = \frac{d}{dx}[H]$$

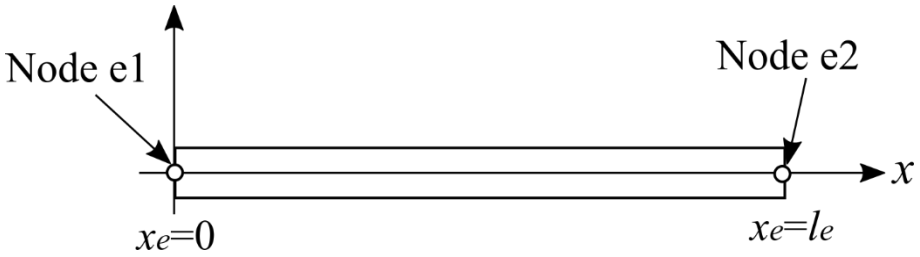
$$= \begin{bmatrix} -\frac{6}{l_e^2}x + \frac{6}{l_e^3}x^2 & 1 - \frac{4}{l_e}x + \frac{3}{l_e^2}x^2 & \frac{6}{l_e^2}x - \frac{6}{l_e^3}x^2 & -\frac{2}{l_e}x + \frac{3}{l_e^2}x^2 \end{bmatrix} \qquad (63)$$

2. 有限要素近似

$$\frac{d^2w}{dx^2} = [H''] \begin{Bmatrix} w^{(e1)} \\ \phi^{(e1)} \\ w^{(e2)} \\ \phi^{(e2)} \end{Bmatrix} \qquad (64)$$

$$[H''] = \frac{d^2}{dx^2}[H] = \begin{bmatrix} -\frac{6}{l_e^2} + \frac{12}{l_e^3}x & 1 - \frac{4}{l_e}x + \frac{6}{l_e^2}x & \frac{6}{l_e^2} - \frac{12}{l_e^3}x & -\frac{2}{l_e} + \frac{6}{l_e^2}x \end{bmatrix} \qquad (65)$$

2. 有限要素近似



$$\delta\Pi = \int_0^l \left[-P \left\{ \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \right\} - EI \frac{d^2w}{dx^2} \frac{d^2\delta w}{dx^2} \right] dx = 0 \qquad (58)$$

要素ごとのポテンシャルエネルギの一次変分は,

$$-\delta\Pi_e = \{\delta w_e\}^T \left([K_E]_e + [K_{NL}]_e \right) \{w_e\} \qquad (66)$$

と表せる。ここで,

$$[K_E]_e = \int_0^{l_e} EI \, [H'']^T \, [H''] \, dx \qquad (67)$$

$$[K_{NL}]_e \int_0^{l_e} P \, [H']^T \, [H'] \, dx \qquad (68)$$

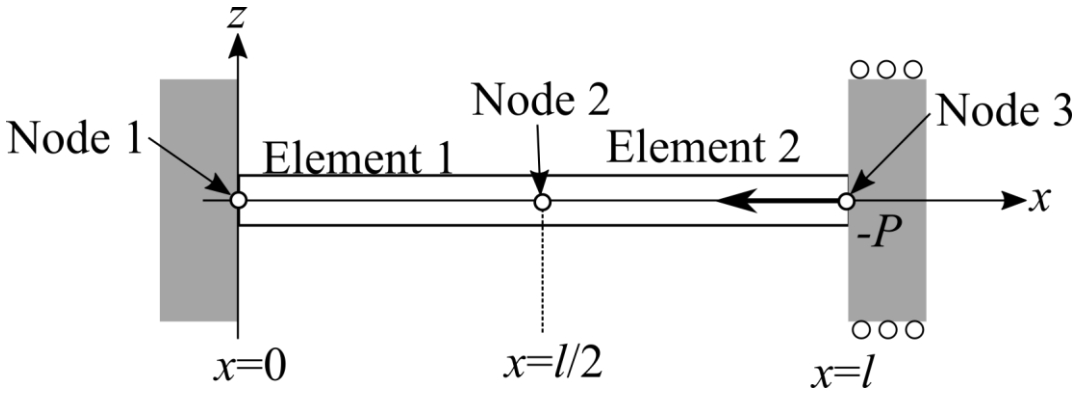
式(67),(68)の積分を実際に実行すると,

2. 有限要素近似

$$[K_E]_e = \frac{2EI}{l_e^2}\begin{bmatrix} 6/l_e & 3 & -6/l_e & 3 \\ 3 & 2l_e & -3 & l_e \\ -6/l_e & -3 & 6/l_e & -3 \\ 3 & l_e & -3 & 2l_e \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$[K_{NL}]_e = \frac{P}{30}\begin{bmatrix} 36/l_e & 3 & -36/l_e & 3 \\ 3 & 4l_e & -3 & -l_e \\ -36/l_e & -3 & 36/l_e & -3 \\ 3 & -l_e & -3 & 4l_e \end{bmatrix} \quad (70)$$

要素ごとの剛性行列が求まったので，これを足し合わせる。



$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w^{(1)} \\ \phi^{(1)} \\ w^{(2)} \\ \phi^{(2)} \\ w^{(3)} \\ \phi^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (71)$$

2. 有限要素近似

$$-\delta\Pi = \{\delta w\}^T \left([K_E] + [K_{NL}]\right)\{w\} = 0$$

$$\left([K_E] + [K_{NL}]\right)\{w\} = \{0\} \qquad (72)$$

$$[K_E] = \frac{8EI}{l^2}\begin{bmatrix} 12/l & 3 & -12/l & 3 & 0 & 0 \\ 3 & l & -3 & l/2 & 0 & 0 \\ -12/l & -3 & 24/l & 0 & -12/l & 3 \\ 3 & l/2 & 0 & 2l & -3 & l/2 \\ 0 & 0 & -12/l & -3 & 12/l & -3 \\ 0 & 0 & 3 & l/2 & -3 & l \end{bmatrix} \qquad (73)$$

$$[K_{NL}] = -\frac{P}{30}\begin{bmatrix} 72/l & 3 & -72/l & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 2l & -3 & -l/2 & 0 & 0 \\ -72/l & -3 & 144/l & 0 & -72/l & 3 \\ 3 & -l/2 & 0 & 16l & -3 & -l/2 \\ 0 & 0 & -72/l & -3 & 72/l & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -l/2 & -3 & 8/l \end{bmatrix} \qquad (74)$$

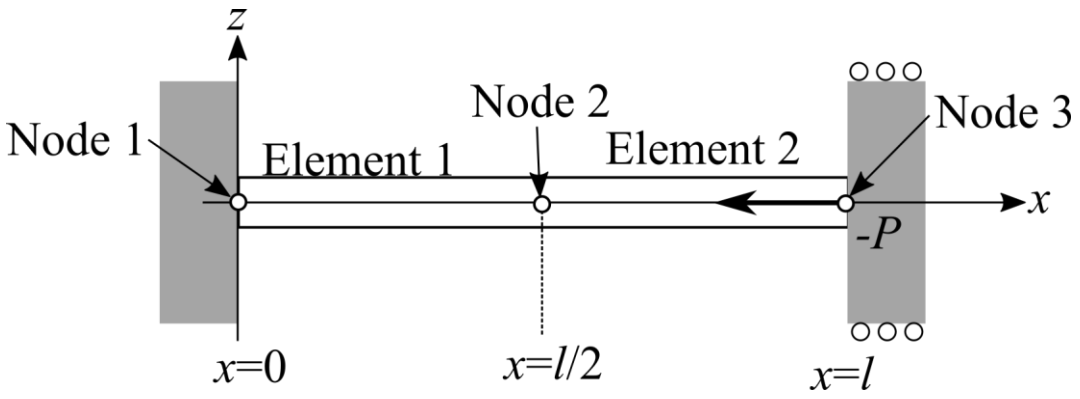
有限要素法による座屈解析

NAGOYA UNIVERSITY

アウトライン

1. ポテンシャルエネルギとその一次変分の算出
2. 有限要素近似
3. **座屈解析**

3.座屈解析



$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w^{(1)} \\ \phi^{(1)} \\ w^{(2)} \\ \phi^{(2)} \\ w^{(3)} \\ \phi^{(3)} \end{Bmatrix} \qquad (71)$$

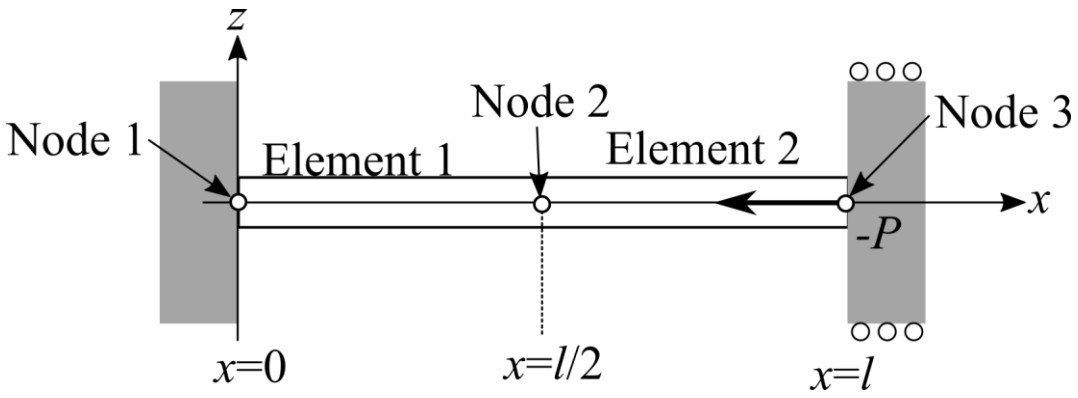
$$([K_E] + [K_{NL}])\{w\} = \{0\} \qquad (72)$$

境界条件を導入する

$$w^{(1)} = 0, w^{(3)} = 0 \qquad (75)$$

$$\phi^{(1)} = 0, \phi^{(3)} = 0 \qquad (76)$$

3.座屈解析



Node 2についての方程式は以下のようになる

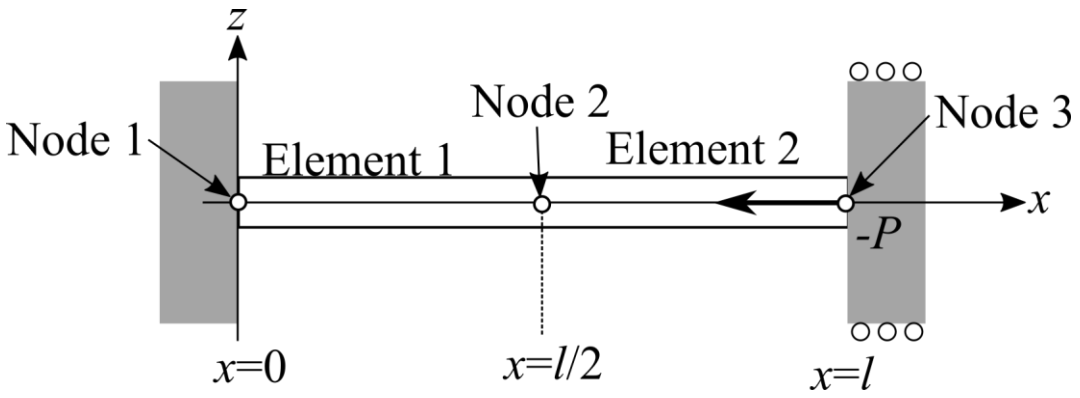
$$\left[\frac{32EI}{l^2}\begin{bmatrix} 6/l & 0 \\ 0 & l/2 \end{bmatrix} - \frac{4P}{15}\begin{bmatrix} 18/l & 0 \\ 0 & l/2 \end{bmatrix}\right]\begin{Bmatrix} w^{(2)} \\ \phi^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (77)$$

通常，この式の解は，

$$\begin{Bmatrix} w^{(2)} \\ \phi^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

しかありえない。しかし，剛性行列の行列式がゼロの場合，逆行列が存在しないため，式(72)について解の一意性が成立しなくなる
この条件を計算すると，

3.座屈解析



$$\det\left[\frac{32EI}{l^2}\begin{bmatrix}6/l & 0\\ 0 & l/2\end{bmatrix}-\frac{4P}{15}\begin{bmatrix}18/l & 0\\ 0 & l/2\end{bmatrix}\right]=0 \qquad (78)$$

これを解くと，

$$P_b=\frac{40EI}{l^2} \qquad (79)$$

大たわみ理論による座屈荷重は，

$$P_b=\frac{4\pi^2EI}{l^2}\approx\frac{39.5EI}{l^2} \qquad (80)$$

なので，良い近似を与えることがわかる。
誤差は，要素２つであることと，変位の近似を $w=C_0+C_1x_e+C_2x_e^2+C_3x_e^3$ (58)
としたこと。

有限要素法による座屈解析まとめ

- 有限要素法による座屈解析

  近似して離散化した仮想仕事の原理である，**連立一次方程式の解の一意性が，非線形性により崩れる点**が発生。この点を，剛性行列の行列式を計算することによって計算。(**座屈固有値解析**)

$$([K_E] + [K_{NL}])\{w\} = \{0\} \tag{72}$$

$$\det\left[\frac{32EI}{l^2}\begin{bmatrix} 6/l & 0 \\ 0 & l/2 \end{bmatrix} - \frac{4P}{15}\begin{bmatrix} 18/l & 0 \\ 0 & l/2 \end{bmatrix}\right] = 0 \tag{78}$$

本日のAgenda

NAGOYA UNIVERSITY

1. 大たわみ理論とそれを元にした座屈解析 (続き) (板書)
2. 有限要素法を用いた座屈解析 (スライド)
3. **有限要素解析での実例紹介 (スライド)**

未発表資料を含むため，省略します

本講義のまとめ

NAGOYA UNIVERSITY

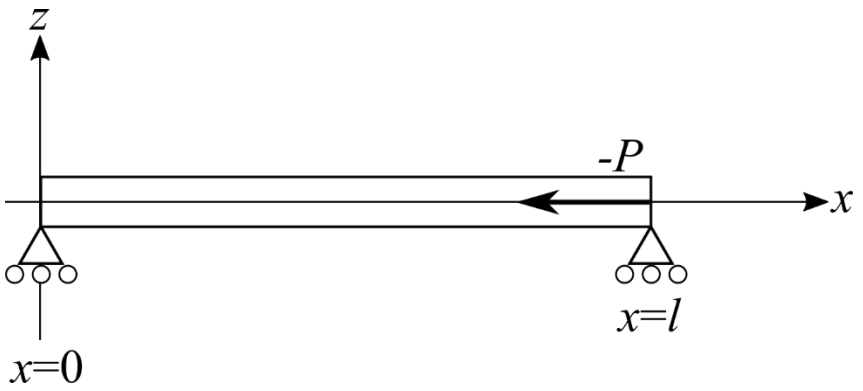
- 座屈とはいったいどういう現象か?
  - ⇨ **釣り合い点が複数**あり，**分岐したり飛び移る**ことによって**変形モードが変化**する現象
- 座屈解析の方法
  - ⇨ ①不安定点，あるいは分岐点を**探す**　②分岐・飛び移りでどのルートを通るのか**追跡**
- 材料力学による座屈解析
  - ⇨ 座屈前の解と座屈後の解の**変形モードを仮定**し，両者が交わる部分を探す
- 大たわみ理論による座屈解析
  - ⇨ 幾何学的な非線形を導入することにより，**支配方程式そのものに解の一意性が成立しない点が発生**。この点を計算する。
- 有限要素法による座屈解析
  - ⇨ 近似して離散化した仮想仕事の原理である，**連立一次方程式の解の一意性が，非線形性により崩れる点**が発生。この点を，剛性行列の行列式を計算することによって計算。(**座屈固有値解析**)

レポート課題

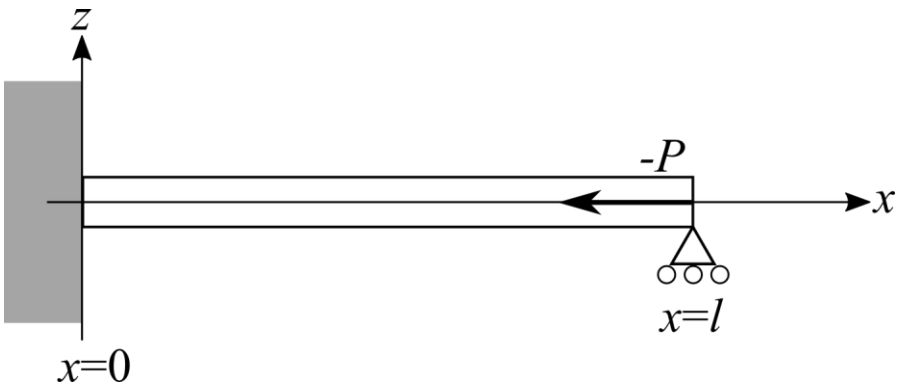
1. 第五回，第六回の講義で解説した大たわみ理論を使って，両端単純支持，片端拘束・片端単純支持の場合の座屈荷重を求めよ

2. (エクストラ) 身近にある座屈現象，あるいは文献等を調査して見つけた座屈現象について例を挙げてください

両端単純支持



片端拘束・片端単純支持



レポートは来週(5/29)の講義前に集めます

ヒント

NAGOYA UNIVERSITY

ヒント

両端拘束は講義でやった通り，

$$w\big|_{x=0} = w\big|_{x=l} = 0$$

$$\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=l} = 0$$

両端単純支持は，

$$w\big|_{x=0} = w\big|_{x=l} = 0$$

$$\left.\frac{d^2w}{dx^2}\right|_{x=0} = \left.\frac{d^2w}{dx^2}\right|_{x=l} = 0$$ (両端でモーメントがかからない)

質問タイム

NAGOYA UNIVERSITY

emailでの質問も歓迎します。

akinori.yoshimura@mae.nagoya-u.ac.jp

直接部屋に来ていただいての質問も歓迎しますが，事前に上記emailでアポを取るようにしてください

- 大たわみ理論: 小林繁夫著「弾性力学」培風館の第11章
- 有限要素法: 岡部朋永著「テンソル解析から始める応用固体力学」コロナ社の第6章
- 第五回，第六回のレジュメを以下のHPに公開します。

http://structure.nuae.nagoya-u.ac.jp/yoshimura/Akinori%20YOSHIMURA.html

航空宇宙工学専攻のHP→「研究グループ」→構造力学研究グループのHP→Members→吉村の「経歴」のページ