

平成30年度

名古屋大学 工学部 機械・航空宇宙工学科 学部講義

応用構造理論

(第五回 2017.5.15 10:30-12:00)

222講義室

工学研究科 航空宇宙工学専攻
准教授 吉村 彰記

	日付		担当	内容
1	4月17日		吉村	本講義の背景・狙い，達成目標説明
2	4月24日		後藤助教	有限要素法入門 (1)
3	5月1日		後藤助教	有限要素法入門 (2)
4	5月8日		吉村	座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (1)
5	5月15日		吉村	座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (2)
6	5月22日		吉村	座屈理論，および有限要素法による座屈解析 (3)
7	5月29日		荒井教授	境界要素法入門 (1)
8	6月5日		荒井教授	境界要素法入門 (2)
9	6月12日		荒井教授	境界要素法入門 (3)
10	6月19日		市来助教	軽量構造材料と複合材料の基礎 (1)
11	6月26日		市来助教	軽量構造材料と複合材料の基礎 (2)
12	7月3日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (1)
13	7月10日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (2)
14	7月17日		山中教授	高分子系の材料の物性発現機構とその応用 (3)
15	7月24日	予備日		
16	7月31日	試験日(候補1)		
17	8月7日	試験日(候補2)		

- 5/8 座屈現象の紹介, 座屈現象とは何か? 材料力学レベルでの理解(材力の復習)
- 5/15 板の座屈とその理論 (固体力学, 構造力学レベルでの理解)
- 5/22 有限要素法による座屈解析, および座屈解析の実例紹介

本日のAgenda

1. 前回の復習
2. 大たわみ理論
3. 大たわみ理論を元にした座屈解析

1. 前回の復習

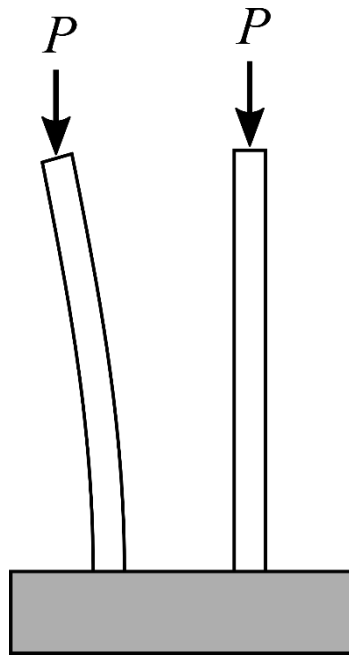
2. 大たわみ理論

3. 大たわみ理論を元にした座屈解析

そもそも座屈とは？

座屈 (Buckling)

構造物に加える荷重を増加させていくと、ある荷重で変形モードが突然変化する



左の例では、単軸圧縮の変形モードから曲げを含んだ変形モードへと遷移している

座屈はなぜ発生するのか？単軸圧縮のままでも**釣り合い状態は保たれる**(平衡方程式は満足される)はずではないか？

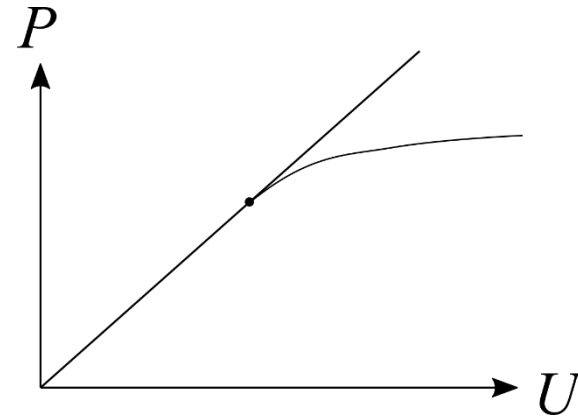
➡ **釣り合い状態の解が2つ以上あり、その中でより安定な状態を採ろうとするため**

複数の解の存在

解が2つ以上存在して、座屈が発生する例

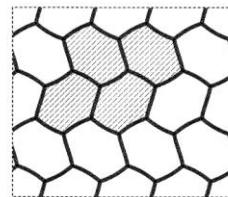
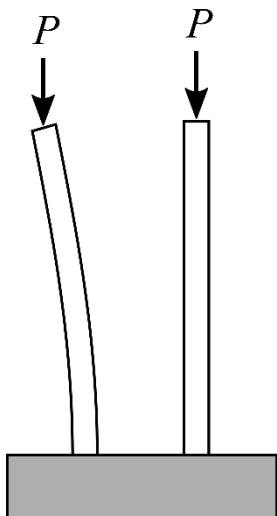
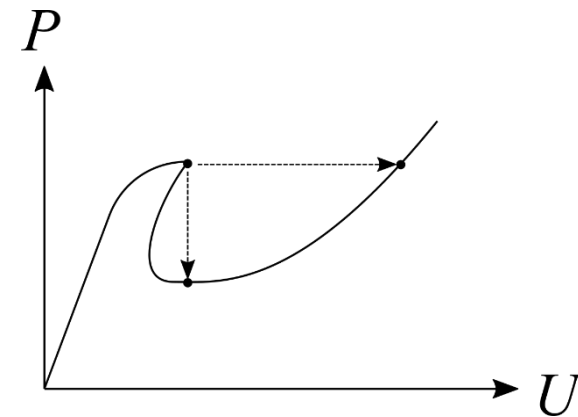
解の分岐 (Bifurcation)

荷重-変位曲線が2つ以上の解に分岐

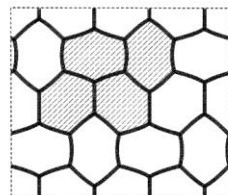


飛び移り (Snap-through)

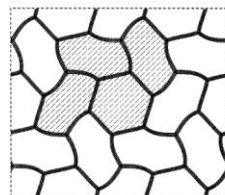
荷重-変位曲線が極値を持ち、釣り合い点が複数存在



(a) Mode I ($\phi = \phi^{(90)}$)



(b) Mode II ($\phi = \phi^{(-30)} + \phi^{(90)}$)



(c) Mode III ($\phi = \phi^{(90)} + \phi^{(-30)} + \phi^{(30)}$)

座屈はなぜ重要なのか？

航空宇宙構造 ➡ 軽量で、かつ安全でなければならない

セミモノコック構造



外板が板面内のせん断応力や垂直応力を受け持つ

セミモノコック構造(Semi-monocoque)

スキンをストリング(縦通材)やフレーム(肋材)で強化した構造。トポロジー的には**多く**
の板からなる **薄板にいかにして荷重をもたせるかを追求**した構造

座屈はなぜ重要なのか？



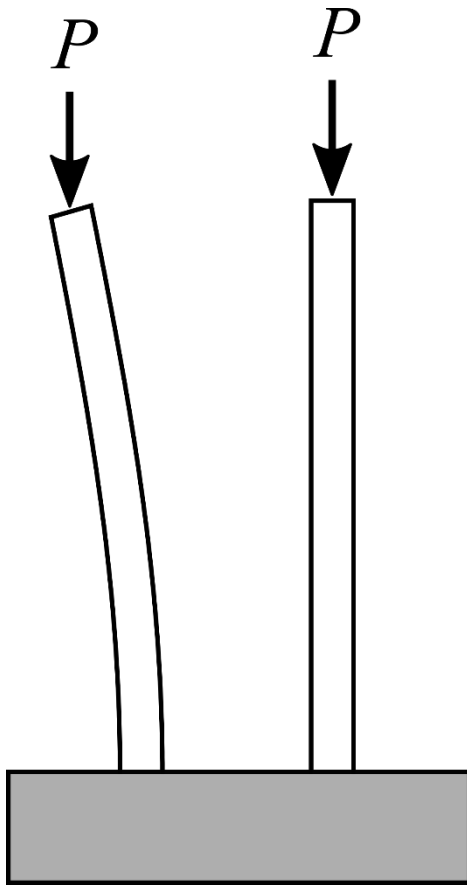
座屈はなぜ重要なのか？

航空機構造

薄い板・細い柱状の部材に圧縮が作用する  座屈が起こりやすい

材力レベルでの座屈式

荒井著の「はじめての材料力学」(講談社) pp145-154に同様の式があります

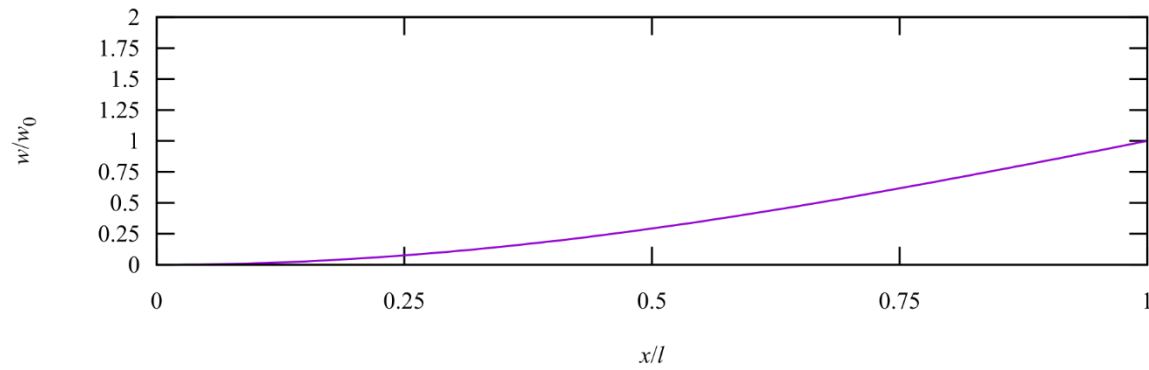


$$P_1 = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

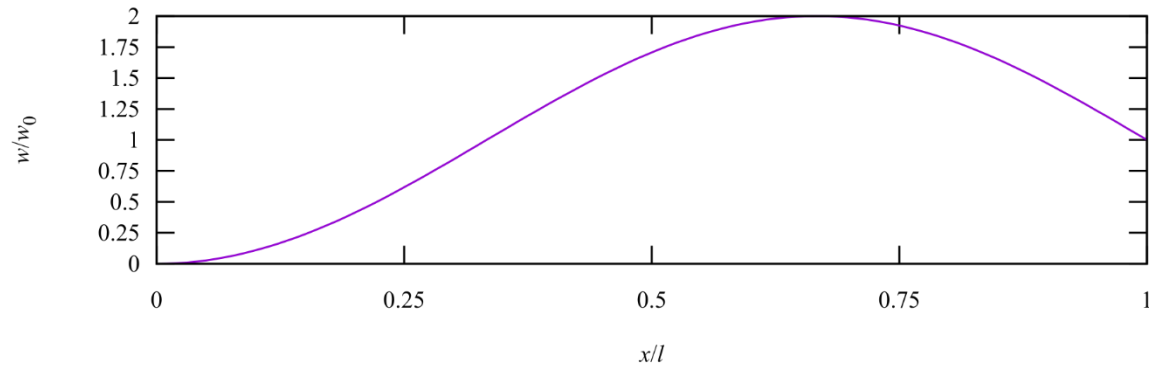
$$P_2 = \frac{9\pi^2 EI}{4l^2}$$

$$P_3 = \frac{25\pi^2 EI}{4l^2}$$

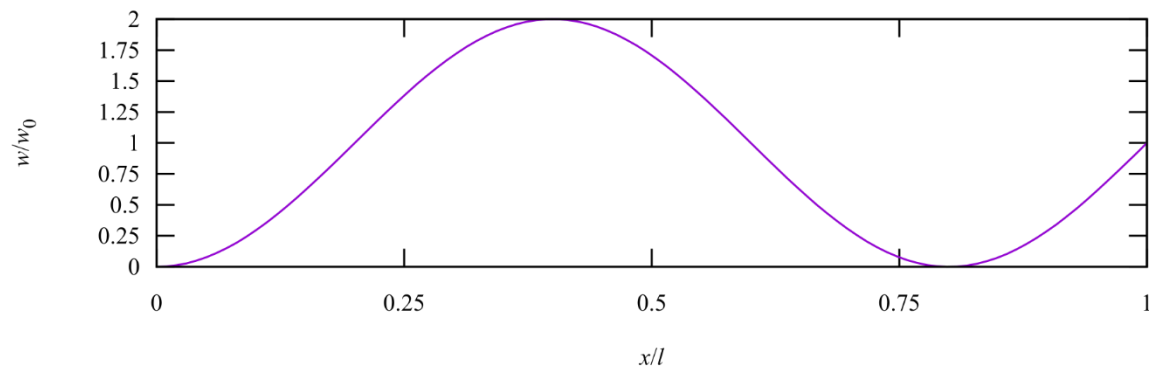
座屈モード



1次モード



2次モード



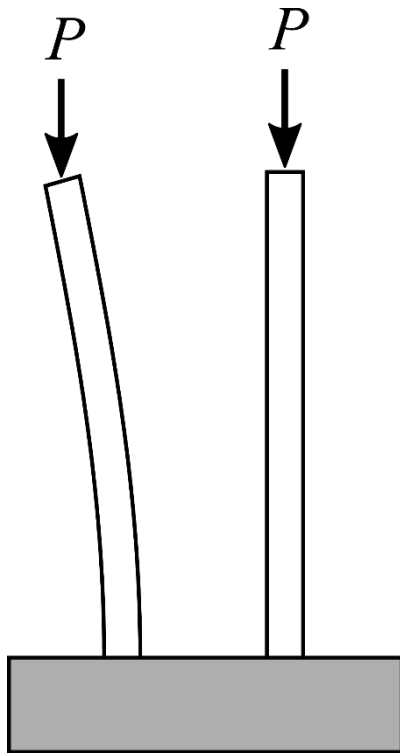
3次モード

この解析で何をやっているのか？

変形モードを仮定して、2つの変形モードの荷重が交差する点(**分岐する点**)を算出している

曲げを含まないモード
と曲げを含むモード

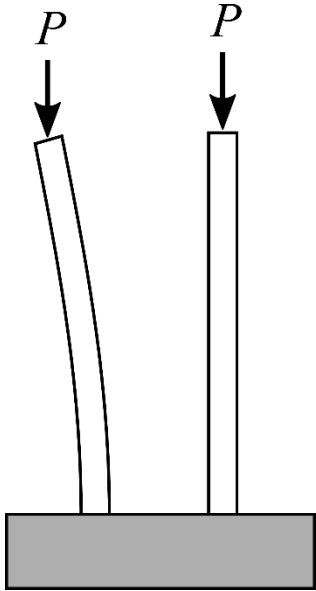
分岐して以降は、軸力が増加しない、つまり**エネルギーが増加しないルートをとる**



座屈を分析する際に重要な点

- ① どこで分岐・飛び移りが発生するかを探す
- ② どのルートをたどってその後の変形が進むか追跡

航空宇宙構造で座屈がなぜ重要か(2)



$$P_1 = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

座屈荷重の式には「**材料強度**」は関係しない
弾性率と、断面二次モーメント、すなわち「**剛性**」が標定となる

弾性率→使う材料によってほぼ決まる

断面二次モーメント→**形状**によって変化→**設計可能**

同じ材料を使用しても、**形状を工夫することによって座屈を抑制**し、より軽い構造を実現できる可能性がある



- 座屈とはいったいどういう現象か?

⇒ 釣り合い点が複数あり、分岐したり飛び移ることによって変形モードが変化する現象

- 座屈解析の方法

⇒ ①不安定点，あるいは分岐点を**探す** ②分岐・飛び移りでどのルートを通るのか**追跡**

- 材力的な座屈解析

⇒ 長柱の**オイラー座屈**の計算方法を覚えておくこと

本日のAgenda

1. 前回の復習

2. 大たわみ理論

3. 大たわみ理論を元にした座屈解析

はじめに

固体力学，構造力学レベルでの解析の方法

問題を俯瞰すると...

①静的な問題であれば，未知数は各部の**変位 (変位場)** $\mathbf{u}(\mathbf{x})$

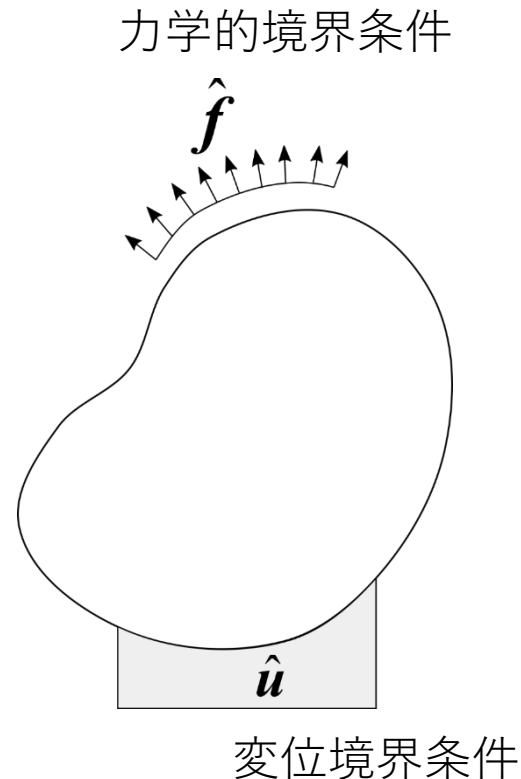
②変位とひずみは，**変位-ひずみ関係式**で結ばれる $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$

例えば
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

③応力とひずみは**構成式**で結ばれる $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\varepsilon})$

線形弾性材料であれば
$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

④ここで応力は**平衡方程式** (釣り合いの式) を満たさなければならない

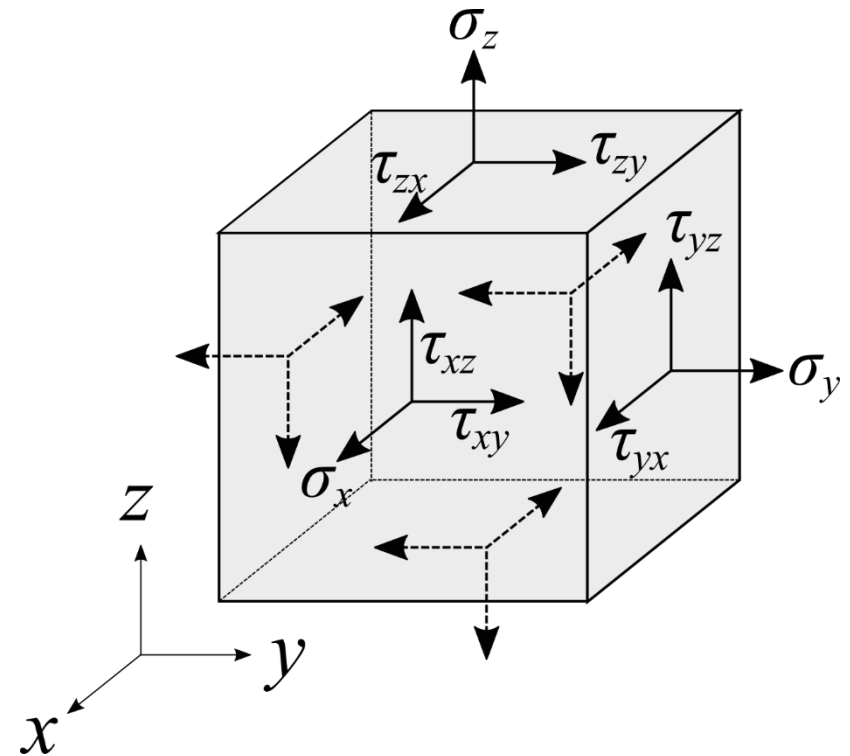


④応力は**平衡方程式** (釣り合いの式)を満たさなければならない

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + q_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + q_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + q_z = 0$$



⑤**変位境界条件**が与えられている境界では，変位は変位境界条件を満たさなければならない $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}$

⑥**荷重境界条件**が与えられている境界では，応力は力学的境界条件を満たさなければならない $\mathbf{f} = \hat{\mathbf{f}}$

はじめに

問題を俯瞰すると...

弾性問題を解く，ということは，

与えられた荷重境界条件，変位境界条件を満足し，平衡方程式を満たす変位場を探す
ということ

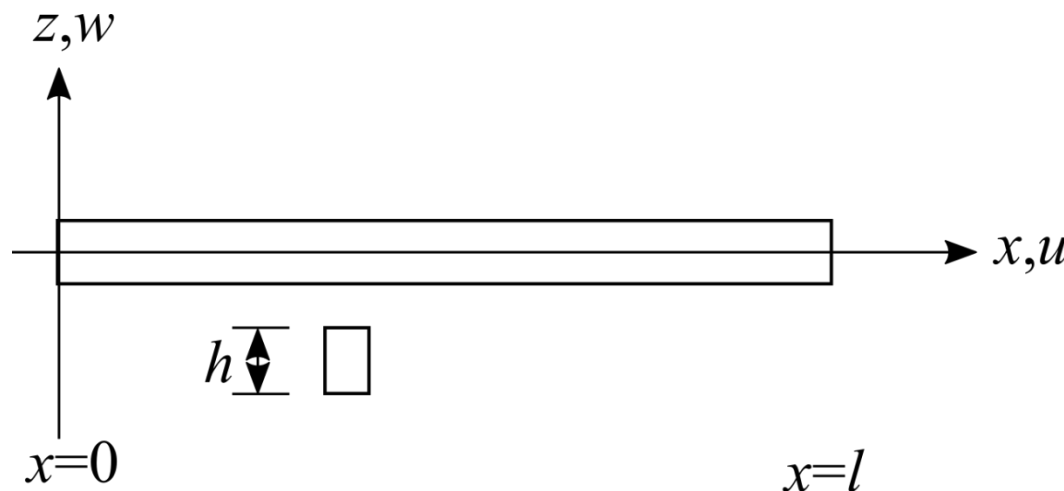
- 変位とひずみは，**変位-ひずみ関係式**で結ばれる
- 応力とひずみは**構成式**で結ばれる
- 応力は**平衡方程式** (釣り合いの式)を満たさなければならない
- 変位境界では，変位は**変位境界条件を満たす**
- 荷重境界では，応力は**力学的境界条件を満たす**

- ホワイトボードにて説明します
- 小林繁夫著「弾性力学」培風館の第11章と同等の内容です。
- 岡部朋永著「テンソル解析から始める応用固体力学」コロナ社の第6章も類似のものを取り扱っています
- 数式については，概要を後日，下記HP内でpdfで公開します

<http://structure.nuae.nagoya-u.ac.jp/yoshimura/Akinori%20YOSHIMURA.html>

航空宇宙工学専攻のHP→「研究グループ」→構造力学研究グループ
のHP→Members→吉村の「経歴」のページ

問題設定



アウトライン

1. 問題設定
2. 非線形を考えない場合の平衡方程式
3. 大たわみによる非線形を考慮した平衡方程式
4. その他の弾性力学の等式
5. ベルヌーイ・オイラーの仮説
6. 境界条件

例題

7. 構造力学による一軸圧縮における座屈荷重算出
8. ポテンシャルエネルギーおよびその一次変分の算出

質問は講義中，講義後に受け付けます
また，**email**での質問も歓迎します。

akinori.yoshimura@mae.nagoya-u.ac.jp

直接部屋に来ていただいての質問も歓迎しますが，事前に上記**email**でアポ
を取るようになしてください

